

1 FS-DI, semestr 1, 2019/20
Algebra liniowa z geometrią analityczną
Zestaw zadań dodatkowych do samodzielnej pracy
Część 3. Geometria analityczna

1. Znaleźć wektor prostopadły do wektorów $\vec{a} = [3, 0, -1]$, $\vec{b} = [2, 2, 1]$.
2. Sprawdzić, czy trójkąt ABC , gdzie $A = (2, -1, 3)$, $B = (1, 1, 1)$, $C = (0, 0, 5)$ jest prostokątny. Wyznaczyć kąty tego trójkąta.
3. Dane są wierzchołki trójkąta ABC , $A = (-3, 1, 0)$, $B = (2, 2, 0)$, $C = (3, 0, 5)$. Obliczyć obwód tego trójkąta oraz wysokość opuszczoną z wierzchołka B .
4. Obliczyć objętość czworościanu $OABC$, gdzie $O = (0, 0, 0)$, $A = (-2, -1, 3)$, $B = (4, -2, 0)$, $C = (-1, -2, 1)$. Obliczyć wysokość czworościanu opuszczoną z wierzchołka A .
5. Napisać równanie normalne, ogólne, odcinkowe i parametryczne płaszczyzny przechodzącej przez punkty $A = (0, 0, 6)$, $B = (1, 1, 9)$, $C = (-2, 4, -6)$.
6. Napisać równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $P = (1, -1, 3)$ i równoległej do wektorów $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$.
7. Napisać równania płaszczyzny przechodzącej przez punkt $P = (2, 3, -6)$ i prostopadłej do płaszczyzn $\pi_1 : x + y + z - 5 = 0$, $\pi_2 : x - y + 2 = 0$.
8. Napisać równanie parametryczne i kierunkowe prostej przechodzącej przez punkty $A = (4, -7, 2)$, $B = (-3, 4, 0)$.
9. Napisać równanie parametryczne i kierunkowe prostej opisanej równaniem krawędziowym
$$\begin{cases} x + 4y + 5z - 2 = 0 \\ 3x - y + z - 5 = 0 \end{cases}$$
10. Napisać równanie płaszczyzny przechodzącej przez prostą $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{4}$ oraz prostopadłej do płaszczyzny $\pi : 4x + y + z + 1 = 0$.
11. Napisać równanie parametryczne i kierunkowe prostej przechodzącej przez punkt $P = (7, 2, 0)$ i prostopadłej do wektorów $\vec{a} = [2, 0, -3]$, $\vec{b} = [-1, 2, 0]$.

Odpowiedzi - Geometria analityczna

1. $\vec{u} = \left[\frac{2}{\sqrt{65}}, -\frac{5}{\sqrt{65}}, \frac{6}{\sqrt{65}} \right]$
2. Tak, $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$
3. $\sqrt{26} + \sqrt{30} + \sqrt{62}$, $h = \frac{1}{62}\sqrt{771}\sqrt{62}$
4. $V = 22$, $h = \frac{11}{30}\sqrt{30}$
5. normalne: $4x - y - (z - 6) = 0$
ogólne: $4x - y - z + 6 = 0$
odcinkowe: $\frac{x}{-\frac{3}{2}} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1$
parametryczne: $\begin{cases} x = t - 3s \\ y = t + 4s \\ z = 6 + 3t - 12s \end{cases}, s, t \in \mathbb{R}$
6. normalne: $(x - 1) - (y + 1) - (z - 3) = 0$
ogólne: $x - y + z - 5 = 0$
odcinkowe: $\frac{x}{5} + \frac{y}{-5} + \frac{z}{5} = 1$
parametryczne: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t + s \\ z = 3 + s \end{cases}, s, t \in \mathbb{R}$

7. normalne: $(x - 2) + (y - 3) - 2(z + 6) = 0$

ogólne: $x + y - 2z - 17 = 0$

odcinkowe: $\frac{x}{17} + \frac{y}{17} + \frac{z}{-\frac{17}{2}} = 1$

parametryczne:
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t + 2s, s, t \in \mathbb{R} \\ z = -6 + s \end{cases}$$

8. parametryczne:
$$\begin{cases} x = 4 - 7t \\ y = -7 + 11t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2 - 2t \end{cases}$$

kierunkowe: $\frac{x - 4}{-7} = \frac{y + 7}{11} = \frac{z - 2}{-2}$

9. parametryczne:
$$\begin{cases} x = 1 + 9t \\ y = -1 + 14t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 13t \end{cases}$$

kierunkowe: $\frac{x - 1}{9} = \frac{y + 1}{14} = \frac{z - 1}{-13}$

10. $x - 2y - 2z - 5 = 0$

11. parametryczne:
$$\begin{cases} x = 7 + 6t \\ y = 2 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 4t \end{cases}$$

kierunkowe: $\frac{x - 7}{6} = \frac{y - 2}{3} = \frac{z}{4}$