

1 FKE-DL, semestr 1, 2018/19
Algebra liniowa z geometrią analityczną
Zestaw zadań dodatkowych do samodzielnej pracy
Część 3. Układy równań

1. Rozwiązać układ równań:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}, & \text{b)} \begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}, & \text{c)} \begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 4x + 6y = 3 \end{cases}, & \text{d)} \begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ -3x + 6y = -9 \end{cases}, \\ \text{e)} \begin{cases} x + 2y = 3 \\ -x + y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}, & \text{f)} \begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ 6x + y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases} & \text{g)} \begin{cases} x - y = 3 \\ -x + y = -3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases} \end{array}$$

2. Rozwiązać układ równań:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ -x + y + z = 4 \\ x + y + z = 2 \end{cases}, & \text{b)} \begin{cases} 3x - 2y + 2z = 1 \\ -x + 2y + z = 1 \\ 2x - 4y + 2z = 1 \end{cases}, & \text{c)} \begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ 3x + y + z = 5 \\ x + 2y + 2z = 5 \end{cases}, \\ \text{d)} \begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - 3z = 6 \\ 3y - z = 1 \end{cases}, & \text{e)} \begin{cases} x + y - 5z = 2 \\ 2x - 3y + 5z = 1 \end{cases}, & \text{f)} \begin{cases} x - z = 1 \\ y - z = 2 \\ x - y = 3 \end{cases}, \\ \text{g)} \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = -1 \\ x - 3y + 3z = 2 \end{cases}, & \text{h)} \begin{cases} x + 2y + w = 3 \\ x - 3z - w = 6 \\ 2x + 3y - z = 1 \\ x + y - 2z + w = 11 \end{cases}, & \text{i)} \begin{cases} x - 2y + 3z - 4w = 2 \\ 2x + y - z + w = 1 \\ 3x + 4y - 5z + 6w = 0 \end{cases}, \\ \text{j)} \begin{cases} 2x - y + z = 5 \\ x - 3y + 2z = 2 \\ 3x + y - z = 5 \\ x + 2y - 2z = 1 \end{cases}, & \text{k)} \begin{cases} 2x + 3y - z + 3t = 7 \\ -3x + 2y + 3z - t = 5 \\ 3x + y + z + 2t = 3 \\ 2x + 6y + 3z + 4t = 15 \end{cases} \end{array}$$

3. Wyznaczyć wskazaną niewiadomą z układu równań:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} 2x + y - 3z = -3 \\ x - y + 2z = 6 \\ x + y - z = 1 \end{cases}, y = ?, & \text{b)} \begin{cases} x + 2y + w = 5 \\ 2x + 3z + w = 1 \\ 3y + z + 2w = 8 \\ 3x + y + 2z = 2 \end{cases}, y = ?, \\ \text{c)} \begin{cases} x + y - z = 4 \\ 2x + y + 2w = 7 \\ y + 3z - w = -7 \\ x + y - w = 0 \end{cases}, z = ?, & \text{d)} \begin{cases} x + 2y + w = 8 \\ x - 3z - w = 8 \\ 2x - 2y - z = 0 \\ y - 2z + w = 7 \end{cases}, w = ? \end{array}$$

4. Zbadać, w zależności od wartości parametru, układy równań:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ x + y + kz = 1 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} mx - 6y + 3z = 0 \\ 2x + my + z = 16 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x + py - z = 13 \\ -3x + y + pz = 4p \\ 4x + y - 3z = 5 \end{cases} \end{array}$$

Odpowiedzi - Układy równań

1. a) $x = 2, y = -1$, b) $x = -1, y = 4$, c) brak rozwiązań, d) $x = 2y + 3$, e) $x = -1, y = 2$, f) brak rozwiązań, g) $x = 3, y = 0$
2. a) $x = -1, y = 2, z = 1$, b) $x = -\frac{1}{8}, y = \frac{1}{16}, z = \frac{3}{4}$, c) $x = 1, y = 2 - z$, d) $x = 3, y = 0, z = -1$, e) nieoznaczony $x = 2z + \frac{7}{5}, y = 3z + \frac{3}{5}$, f) sprzeczny, g) sprzeczny, h) $x = 58, y = -34, w = 13, z = 13$, i) nieoznaczony, $y = w - 7x + 5, z = 2w - 5x + 4$, j) sprzeczny, k) nieoznaczony, $t = \frac{43}{8}z - \frac{11}{8}, x = \frac{7}{8} - \frac{23}{8}z, y = \frac{25}{8} - \frac{25}{8}z$
3. a) , b) $y = 2$, c) $z = -2$, d) $w = 0$
4. a) $k \in \mathbb{R} \setminus \{2, 1\}$ układ oznaczony; $k = 1$, nieskończenie wiele rozwiązań zależnych od 2 parametrów; $k = -2$ układ sprzeczny
b) $m \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 3\}$ układ oznaczony; $m = -2, m = 3$ układ sprzeczny
c) $p \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}, 2\}$ układ oznaczony; $p = 2$ układ nieoznaczony; $p = \frac{1}{2}$ układ sprzeczny