

# 1 MS-DI, Matematyka 1

## Przykłady

**Przykład 1.** Przedstawić liczby  $z_1 = -3 - 3i$ ,  $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{6}i$  i  $z_3 = -2\sqrt{3} + 2i$  w postaci trygonometrycznej.

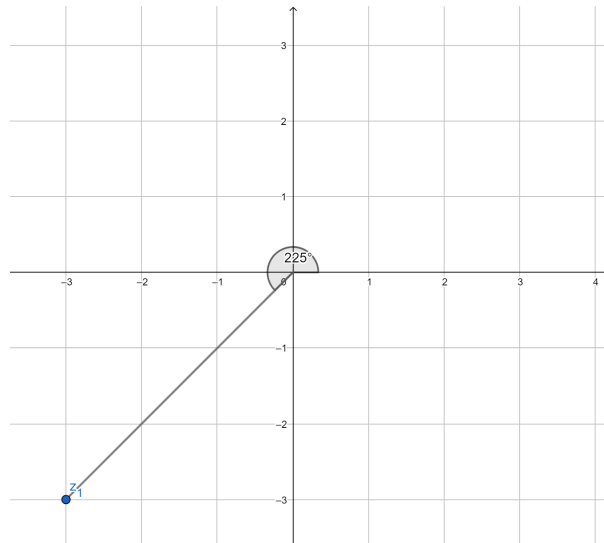
**Rozwiązanie:** **Przypomnienie:**  $z = |z|(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ .

Przedstawimy liczbę  $z_1 = -3 - 3i$  w postaci trygonometrycznej. Obliczamy

$$|z_1| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{oraz } \begin{cases} \cos \alpha_1 = \frac{-3}{3\sqrt{2}} \\ \sin \alpha_1 = \frac{-3}{3\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \alpha_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \alpha_1 = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}. \text{ Zatem}$$

$$z_1 = 3\sqrt{2} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right).$$

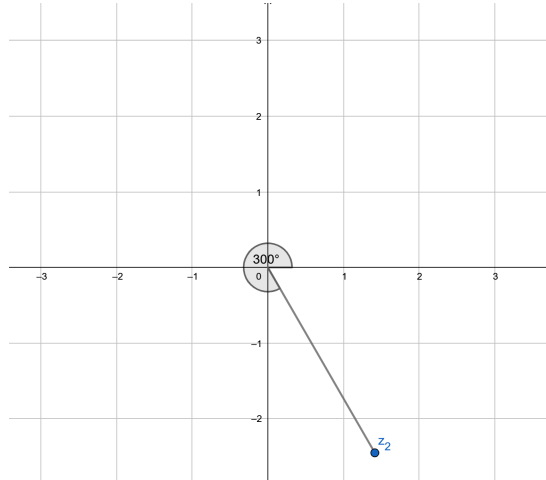


Przedstawimy liczbę  $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{6}i$  w postaci trygonometrycznej. Obliczamy

$$|z_2| = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{6})^2} = \sqrt{2 + 6} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{oraz } \begin{cases} \cos \alpha_2 = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \\ \sin \alpha_2 = \frac{-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha_2 = \frac{1}{2} \\ \sin \alpha_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \alpha_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}. \text{ Zatem}$$

$$z_2 = 2\sqrt{2} \left( \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right).$$



Przedstawimy liczbę  $z_3 = -2\sqrt{3} + 2i$  w postaci trygonometrycznej. Obliczamy

$$|z_3| = \sqrt{(-2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 4$$

$$\text{oraz } \begin{cases} \cos \alpha_3 = \frac{-2\sqrt{3}}{4} \\ \sin \alpha_3 = \frac{2}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \alpha_3 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \alpha_3 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}. \text{ Zatem}$$

$$z_3 = 4 \left( \cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right).$$

